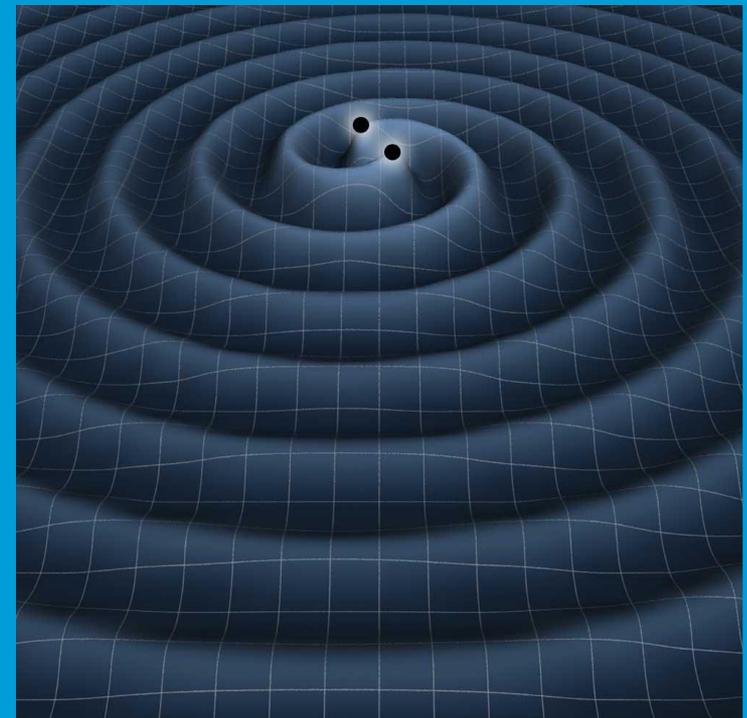


La Scoperta delle Onde Gravitazionali

Marco G. Giammarchi
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare
Via Celoria 16 – 20133 Milano (Italy)
marco.giammarchi@mi.infn.it
<http://pcgiammarchi.mi.infn.it/giammarchi/>



- Costituenti della Materia
- Le Interazioni Fondamentali
- La Gravità di Newton
- La Gravità di Einstein: la Teoria della Relatività Generale
- Scoperta delle Onde Gravitazionali
GW150914



Disclaimer: lo speaker non è uno degli autori della scoperta



Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

B. P. Abbott *et al.**

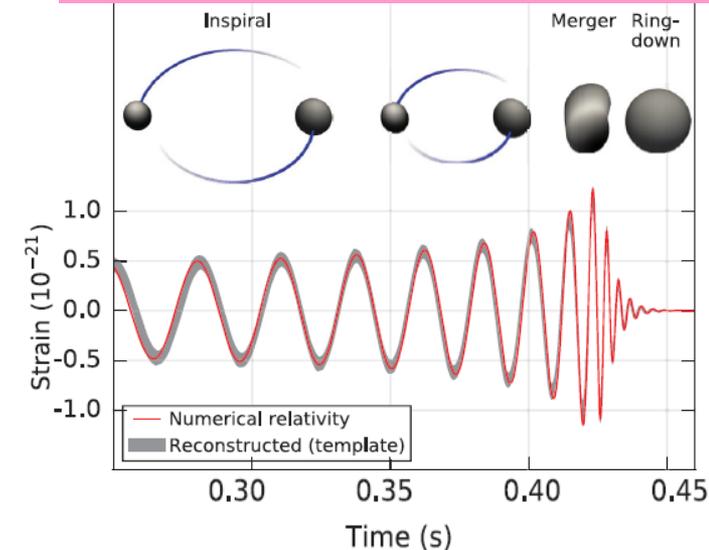
(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

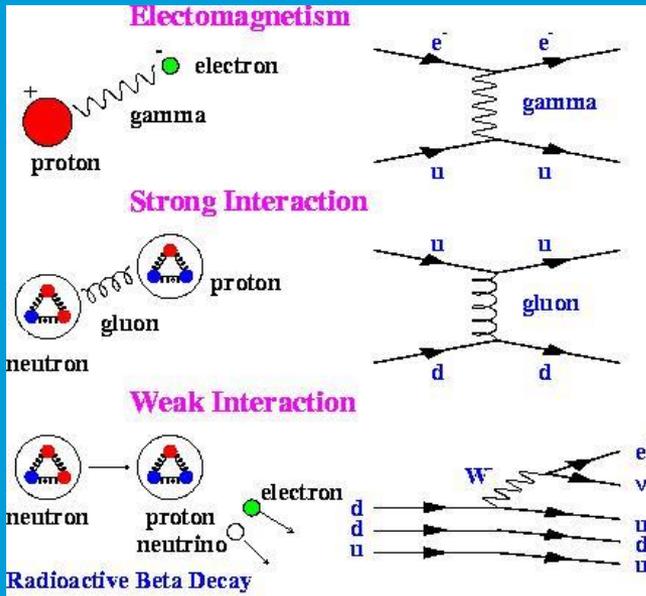
- I rivelatori di LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) hanno osservato onde gravitazionali dalla coalescenza di due buchi neri di masse stellari.
- La forma d'onda rivelata è in accordo con le predizioni della relatività generale per la coalescenza di una coppia di buchi neri e l'assestamento del buco nero risultante.
- Questa osservazione dimostra l'esistenza di sistemi binari di buchi neri di masse stellari.
- Questa è la prima rivelazione diretta di onde gravitazionali e la prima osservazione di un sistema binario di buchi neri coalescenti.



11 Febbraio Press Conference



Lo studio delle proprietà del cosmo (delle particelle) acquista la sua piena prospettiva se illustrato alla luce delle proprietà delle particelle (del cosmo).



$$l = 10^{-18} \text{ cm}$$

$$t = 10^{-23} \text{ s}$$

Microcosmo



$$l \geq 4300 \text{ Mpc}$$

$$t = 13.8 \times 10^9 \text{ y}$$

Macrocosmo

1. I Costituenti della Materia

Un esempio semplice:
l'atomo di deuterio

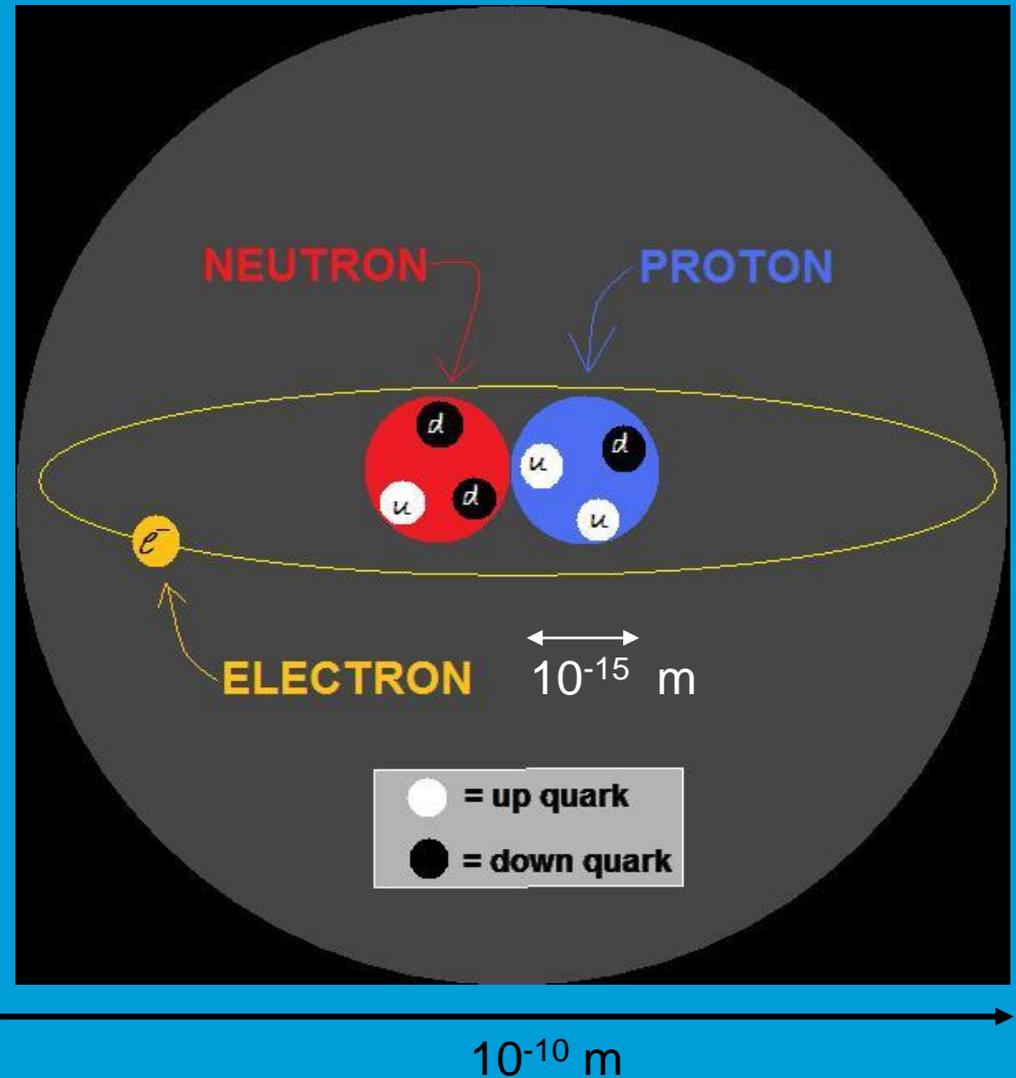
$$p = (u, u, d)$$

$$n = (u, d, d)$$

Quark:

Cariche frazionarie
Spin semi-intero

Quark e elettroni sono i
Costituenti dell'Atomo



Costituenti fondamentali della materia: Quark e Leptoni

Sono elementari al meglio di 10^{-18} m

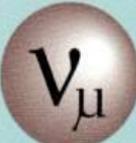
Hanno spin e carica ben definiti

Materia ordinaria

Costituiscono la materia in condizioni ordinarie

Costituiscono le particelle instabili

Decadono in particelle stabili

	LEPTONS		QUARKS	
FIRST FAMILY "Ordinary" matter, least massive	 e ⁻ electron	 ν _e electron neutrino	 u up	 d down
SECOND FAMILY Similar properties, more massive	 μ ⁻ muon	 ν _μ muon neutrino	 c charm	 s strange
THIRD FAMILY Rarest particles, most massive	 τ ⁻ tau	 ν _τ tau neutrino	 t top	 b bottom

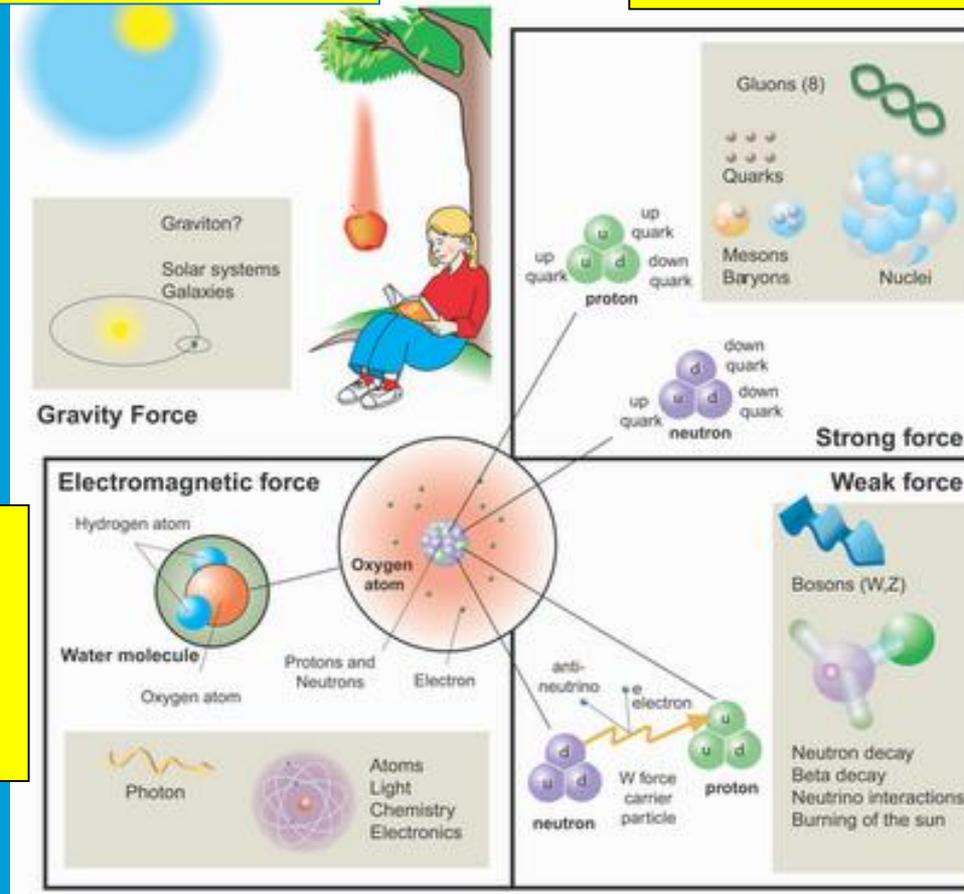
M
a
s
s
a

Questi i costituenti. Ma come interagiscono tra di loro ?

2. Le Interazioni Fondamentali

Interazione Gravitazionale: note da sempre. Teoria classica (A. Einstein) nel 1915. Responsabili della stabilità della materia su scala macroscopica.

Interazione Nucleare Forte: a corto raggio di azione: 10^{-15} m.



Interazione Elettromagnetica: Riguarda le interazioni tra particelle cariche (stabilità atomica).

Interazione Nucleare Debole: a corto raggio (subnucleare).

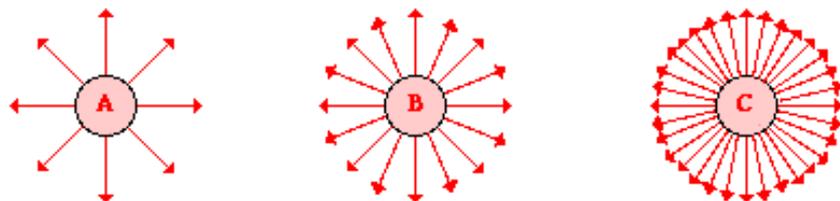
Nelle teorie quantistiche moderne il concetto di forza non è più quello classico. L'interazione è rappresentata dallo scambio di quanti

In Fisica Classica :

- Azione a distanza
- Campo (Faraday, Maxwell)

$$F = \frac{k}{r^2}$$

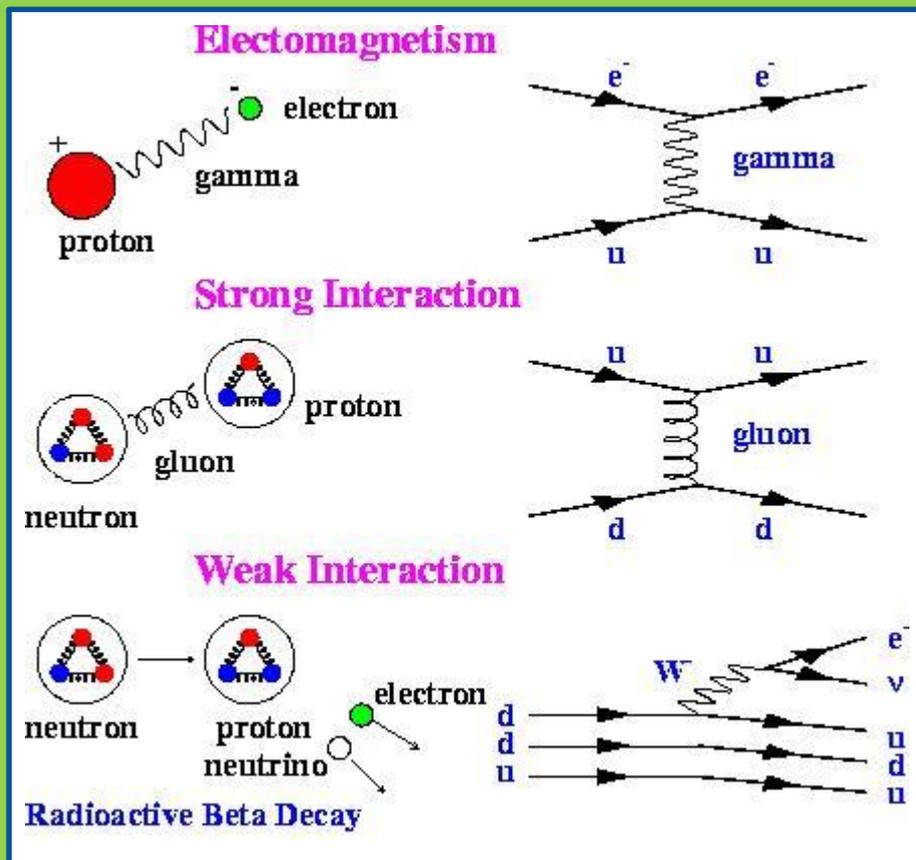
Density of Lines in Patterns



The density of electric field lines around these three objects reveals that the quantity of charge on C is greater than that on B which is greater than that on A.

In Fisica Quantistica :

- Scambio di Quanti



La Gravità è un caso a parte (almeno per ora) :

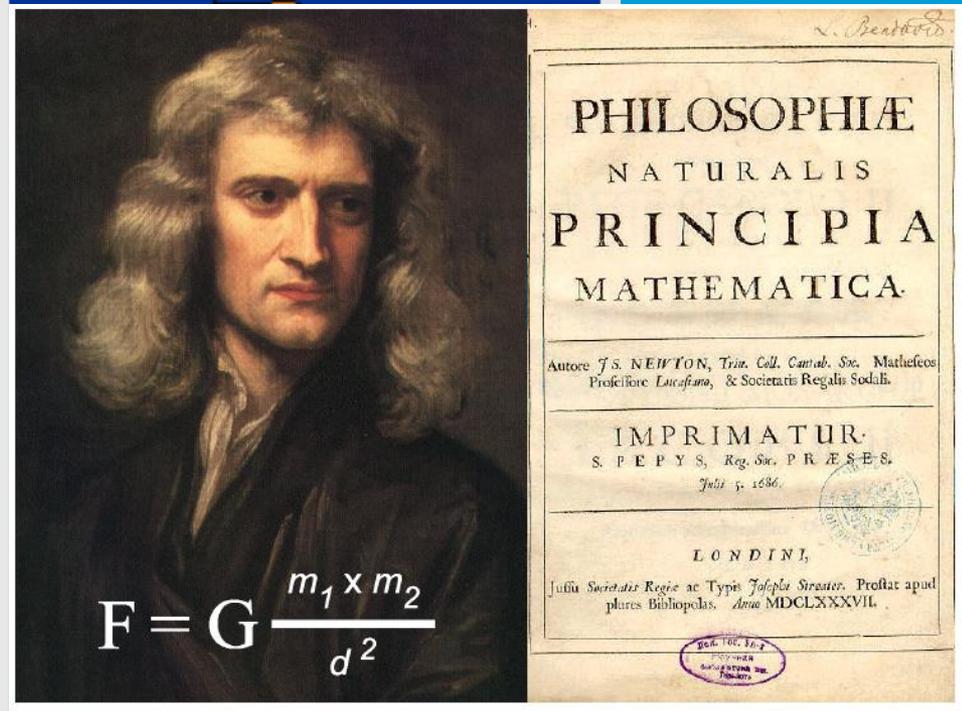
- La Gravità è assai meno intensa delle altre forze su scala microscopica
- La Gravità si comporta allo stesso modo per tutti i corpi
- Della Gravità al momento non abbiamo alcuna teoria quantistica
- La Gravità è la forza decisiva in azione nell'Universo



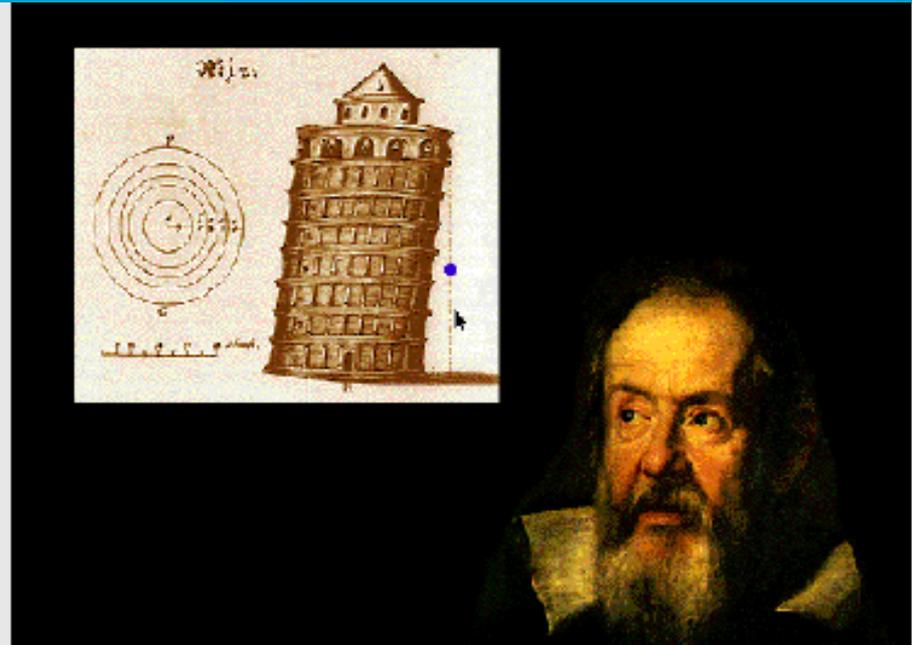
3. La Gravità di Newton

La Gravitazione Universale

- **Risolve gran parte dei fenomeni osservati a Terra e nel Cielo**
 - » **L'orbita dei pianeti e delle comete**
 - » **La cause delle maree**
 - » **Il moto della Luna e la perturbazione dovuta alla Gravita' del Sole**
- **Giunge ad una visione unitaria del lavoro di Galileo Copernico e Keplero.**



Inerzia e Gravitazione: il principio di Equivalenza



▪ ***Massa Inerziale*** * **Accelerazione**

=

Massa Gravitazionale * **Campo d'attrazione
Gravitazionale**

▪ ***L'eguaglianza tra Massa Inerziale e Massa Gravitazionale fa sì che tutti i corpi cadano con la stessa accelerazione, indipendentemente dalla loro natura***

Una forza «diversa»

La Relatività Generale è una teoria della Gravitazione che rispetta il principio di equivalenza (Albert Einstein, 1915).

Campo E

(in un campo elettrico)

$$F = qE$$

$$F = ma$$

$$qE = ma$$

$$a = \frac{qE}{m}$$

Il moto dipende da come è fatta la particella

Campo G

(in un campo g)

$$F = mg$$

$$F = ma$$

$$mg = ma$$

$$a = g$$

Il moto NON dipende da come è fatta la particella

Immaginiamo una particella m, q che si muova in un campo elettrico o uno gravitazionale

Ma se la gravitazione non dipende da nessuna caratteristica del corpo allora essa è una proprietà dello spaziotempo.

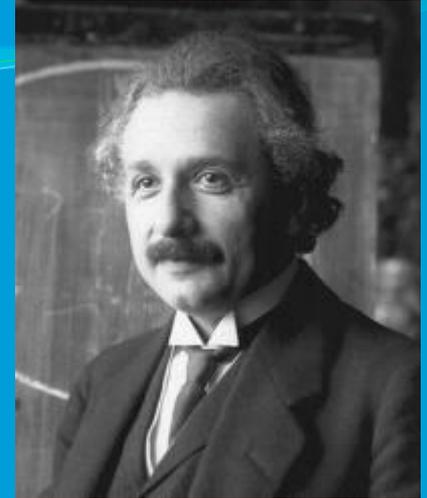
Teoria geometrica della gravità.
Curvatura dello spaziotempo

4. La Gravità di Einstein

La Relatività Generale è una teoria geometrica della Gravità proposta da Albert Einstein nel 1915

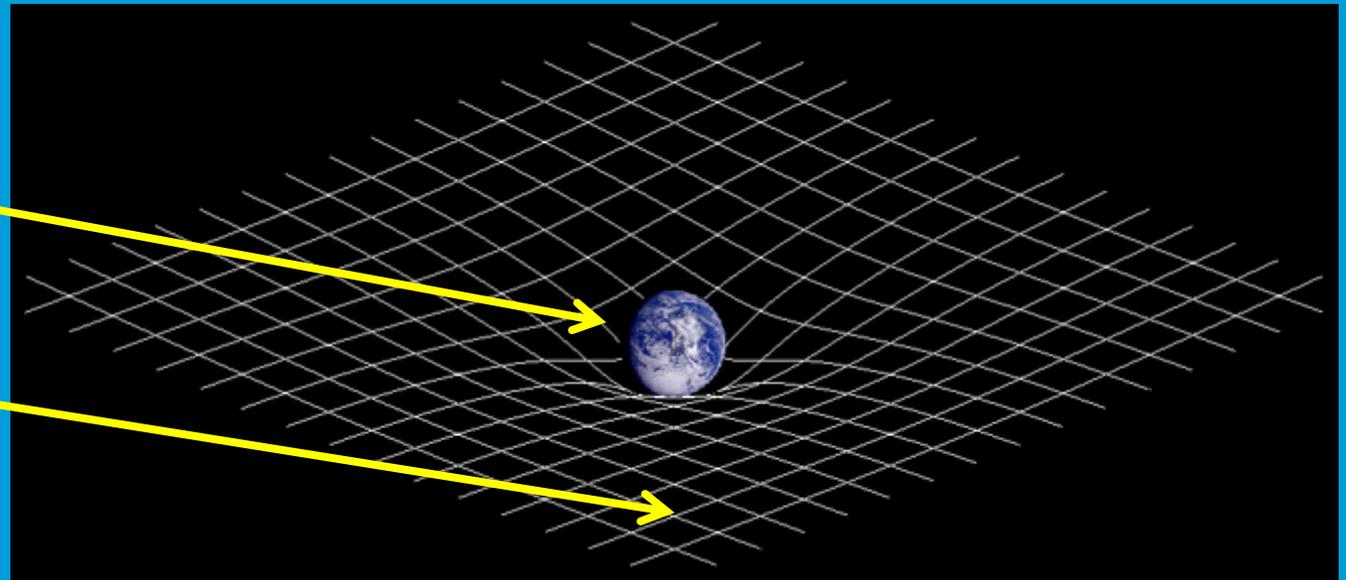
La Relatività Generale comprende la Relatività Speciale e la Teoria Newtoniana della Gravitazione.

La gravità è descritta come una proprietà geometrica dello spaziotempo.



Massa
Energia

Rappresentazione
dello spaziotempo



La curvatura dello spaziotempo è correlata a energia/momento di materia e radiazione
 Questa correlazione è data dalle Equazioni di Einstein

Tensore di Einstein

Costante cosmologica

Tensore Energia-Momento

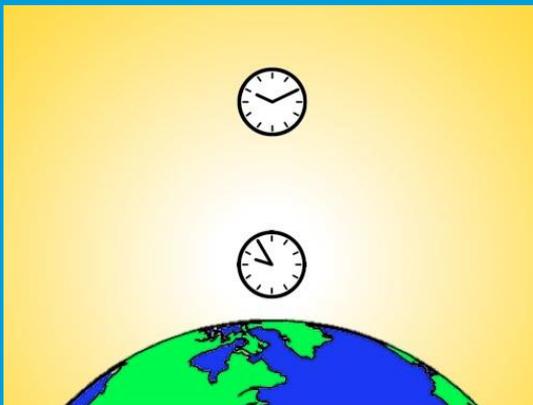
Tensore metrico

$$G_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

$$G_{\mu\nu} = G_{\mu\nu}(\partial_\theta \partial_\varepsilon g_{\alpha\beta})$$

La massa (l'energia-momento) curva lo spaziotempo.
 Ad esempio, lo scorrere del tempo dipende dalle masse nei pressi dei nostri orologi

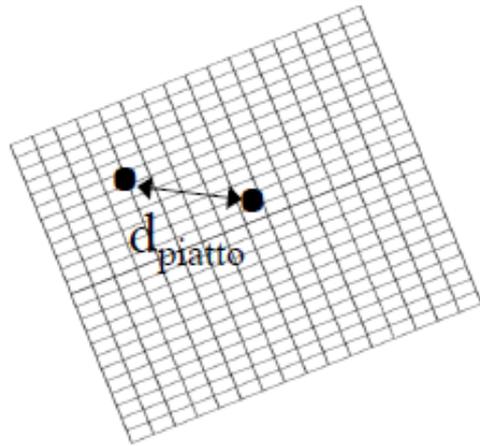
Lo scorrere del tempo dipende dalla presenza o meno di campi gravitazionali. Il tempo non è unico.



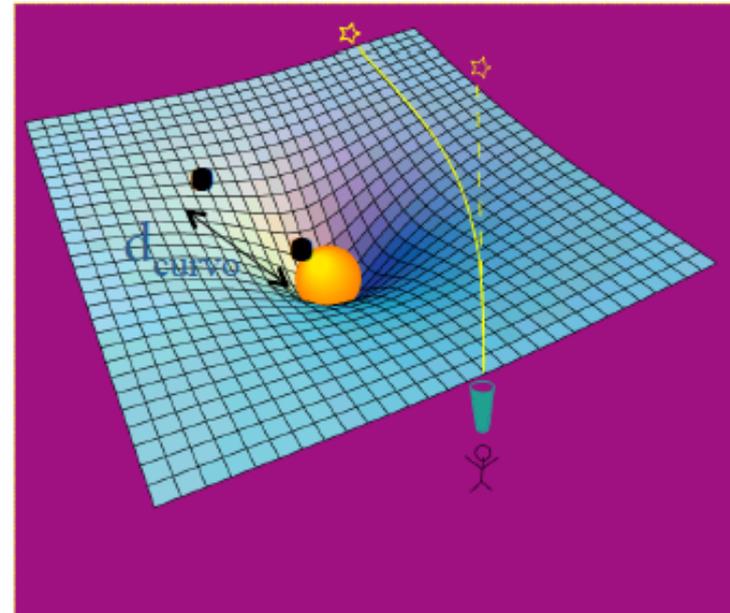
Gravità diverse
 ←→
 Tempi diversi



Cosa intendiamo dicendo che le masse (e l'energia) curvano lo spaziotempo



Distanza tra due punti nello spazio piatto



Spazio “curvato” dalla massa: la distanza tra i due punti varia

Quando le masse si muovono, esplodono, interagiscono, la distanza tra punti cambia nel tempo: le onde gravitazionali sono increspature nella curvatura dello spaziotempo prodotte dal moto di massa-energia, che si propagano nello spazio alla velocità della luce

In concetto di interazione elementare

Newton

Azione a distanza

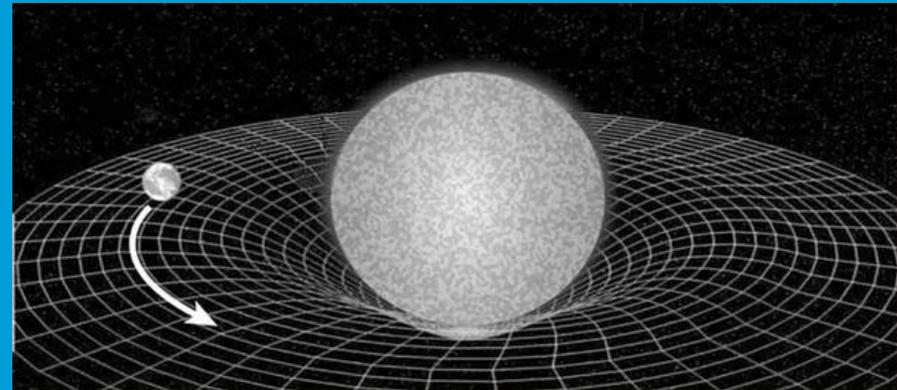
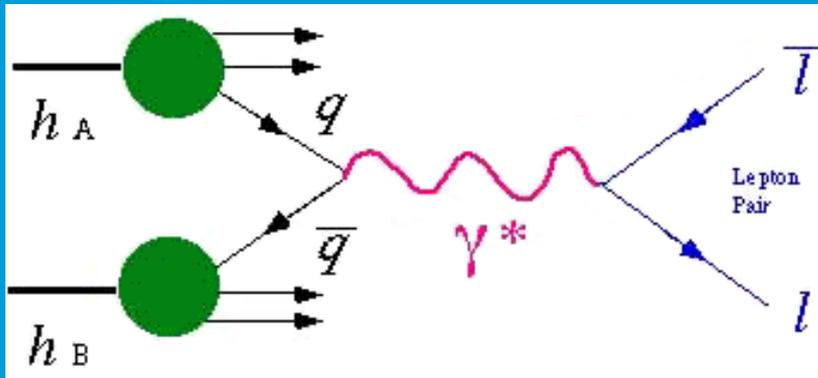
Faraday

Maxwell

Il Campo

Campi quantistici
(scambio di quanti)

Gravità
(curvatura dello spaziotempo)



La teoria moderna della Gravità classica viene usata per descrivere tutto l'Universo. Quali ne sono i limiti e i problemi aperti?

1. Non esiste una valida teoria quantistica della Gravità
2. La Gravità non è ancora stata verificata in certi regimi (campi molto forti)
3. Le Onde Gravitazionali erano non ancora state rivelate (correlato anche a 2)

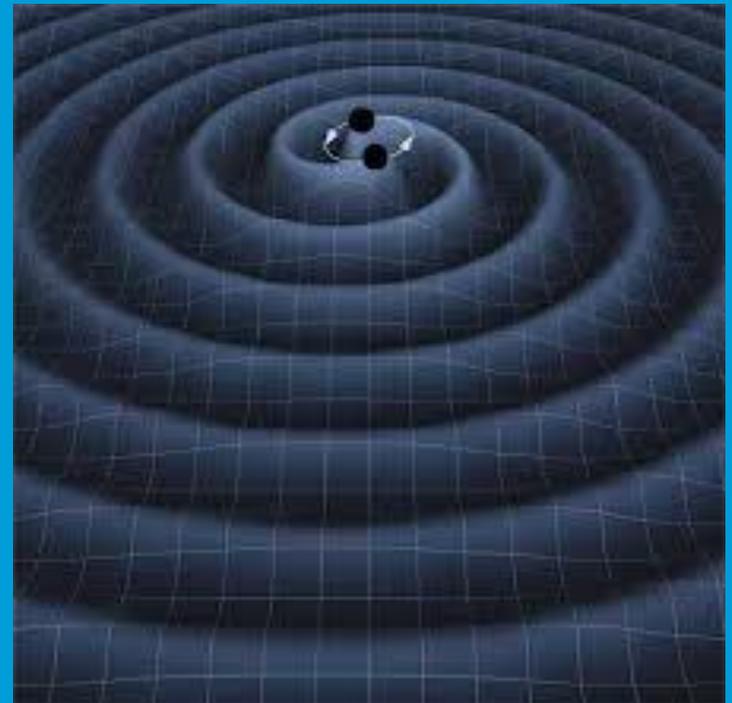
Questa scoperta riguarda i punti 2 e 3. Anzi, risolve il punto 3.

Onde Gravitazionali : perturbazioni dello spaziotempo dovute al movimento delle masse (energie).

Sono cambiamenti del tessuto dello spaziotempo

Si propagano alla velocità della luce.

Esempio: due buchi neri che orbitano rapidamente l'uno intorno all'altro

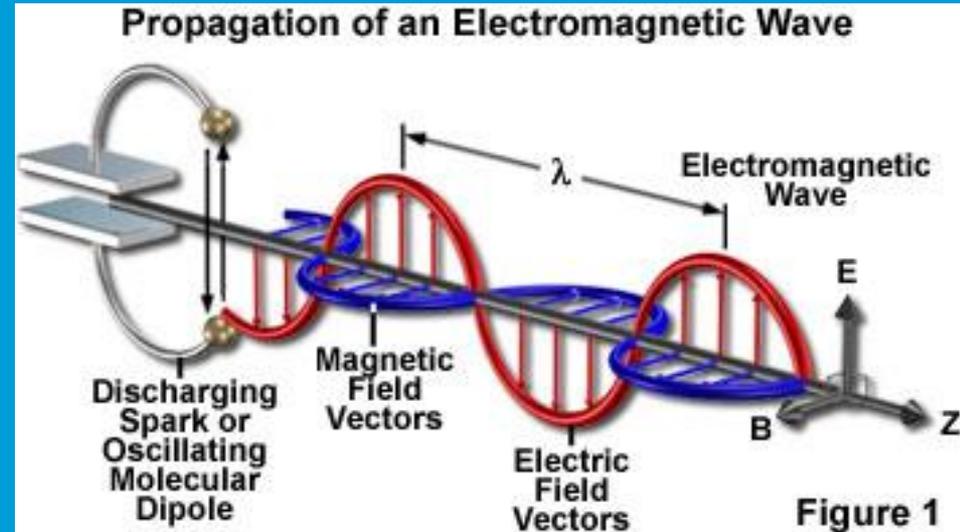


5. La ricerca delle Onde Gravitazionali

Il Radiatore Elettromagnetico (dipolo oscillante)

Cariche in movimento emettono onde elettromagnetiche

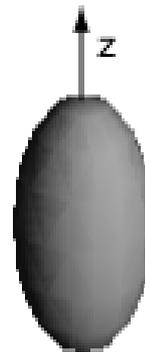
Scoperte da Hertz nel 1886



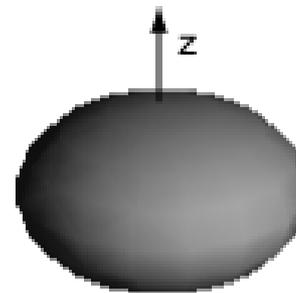
Radiatore gravitazionale (quadrupolo oscillante)

Masse in movimento emettono onde gravitazionali

Non scoperte prima del 11-Feb-2016



$Q > 0$
Prolate



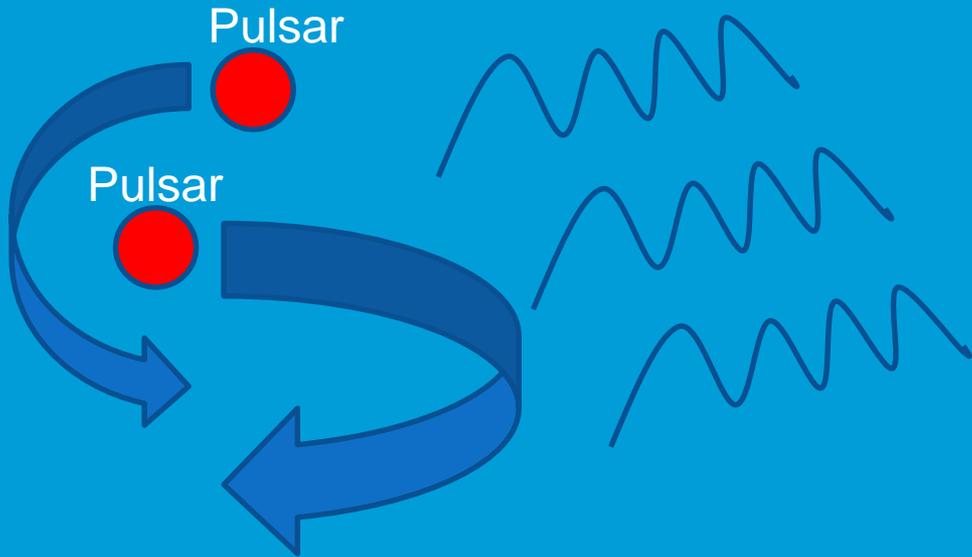
$Q < 0$
Oblate

Classical definition

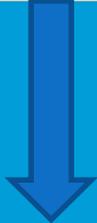
$$Q_0 = \int \rho(3z^2 - r^2)dV$$

Momento di
Quadrupolo

Consideriamo ora un sistema di due oggetti molto compatti in orbita reciproca :



In base alla teoria un sistema gravitante (due stelle compatte e pesanti) in orbita emette onde gravitazionali



Ma così facendo il sistema perde energia! E le velocità delle due pulsar devono diminuire !



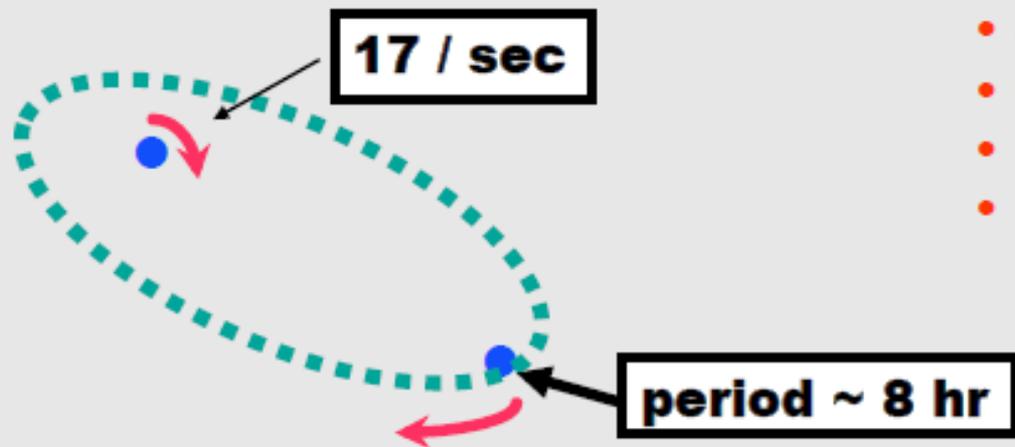
Si può così ottenere evidenza **INDIRETTA** dell'esistenza delle Onde Gravitazionali!

L'effetto può essere rivelato!



Evidenza dell'esistenza delle Onde Gravitazionali

Hulse & Taylor



PSR 1913 + 16
Timing of pulsars

Sistema binario di stelle compatte

- separazione $\sim 10^6$ km
- $m_1 = 1.4$ masse solari
- $m_2 = 1.36$ masse solari
- eccentricità = 0.617

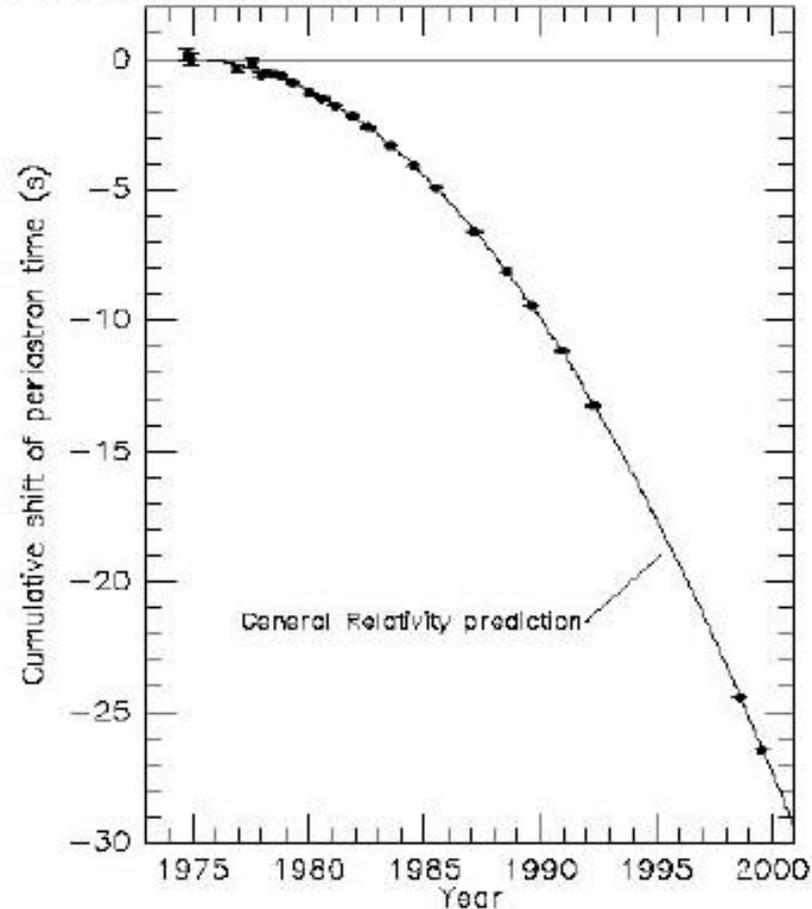
Predizione della Relatività Generale

- riduzione progressiva dell'orbita 3 mm/orbita

Evidenza “indiretta” d’esistenza delle Onde Gravitazionali



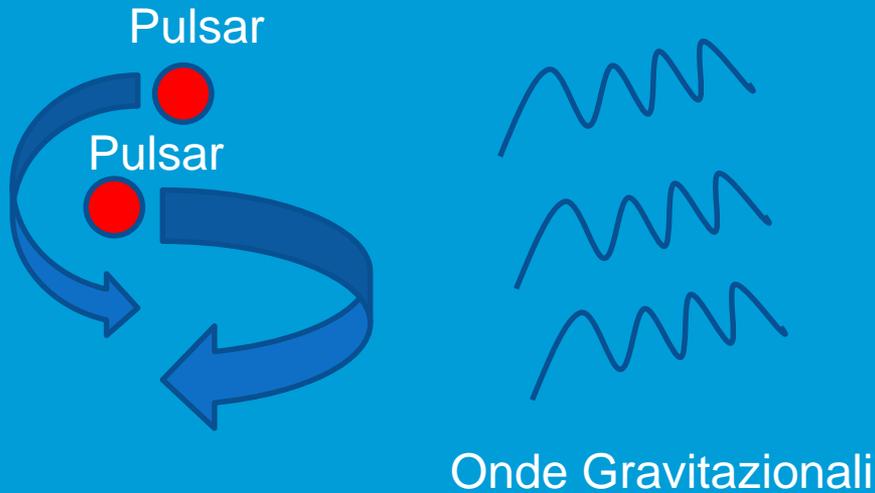
Comparison between observations of the binary pulsar PSR1913+16, and the prediction of general relativity based on loss of orbital energy via gravitational waves



From J. H. Taylor and J. M. Weisberg, unpublished (2000)

Vi è una perdita di energia che è pari a quella che la teoria prevede per emissione di onde gravitazionali.

La ricerca delle Onde Gravitazionali
o meglio, della loro evidenza diretta



Rivelatore a Terra



1960 J. Weber inventa e analizza la fisica dei
rivelatori risonanti

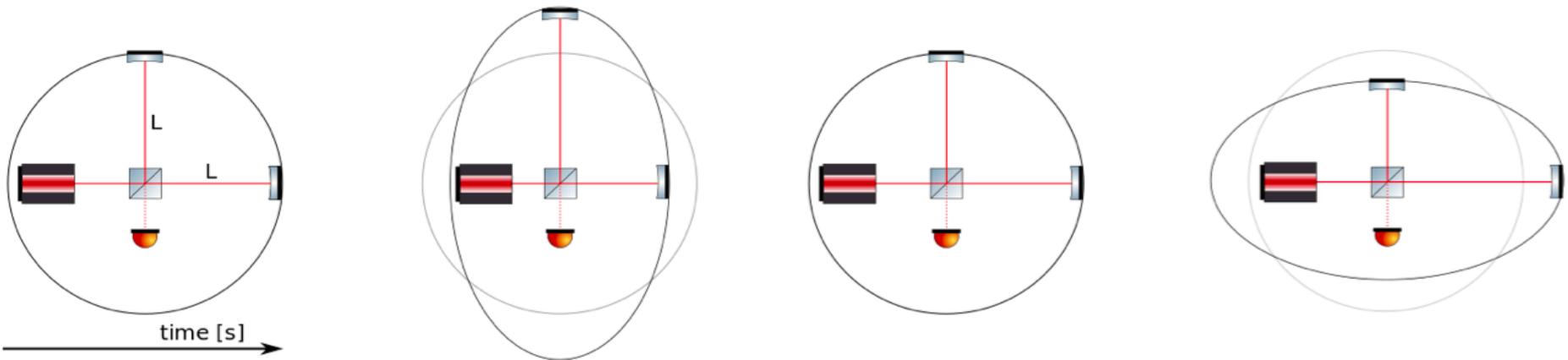
J. Weber- Generation and detection of g.w. - Phys. Rev. **117**, 306 (1960)

I primi rivelatori furono barre risonanti criogeniche (in Europa proposte dal gruppo di E. Amaldi). Poi superate in sensibilità dagli interferometri.

I rivelatori più sensibili di Onde Gravitazionali attualmente sono gli interferometri

Antenne gravitazionali: i rivelatori Interferometrici

Interferometer response to h_+



Negli interferometri si moltiplica la lunghezza efficace eseguendo molti ($\approx 10^3$) percorsi di andata e ritorno (Fabry-Perot).

partially
silvered
mirrors

supernova che esplose nella Galassia $h \approx 10^{-18}$

$$L = 1 \text{ km} : \Delta L = h L/2 \approx 10^{-18} \cdot 10^3 = 10^{-15} \text{ m} \approx \text{raggio protone}$$

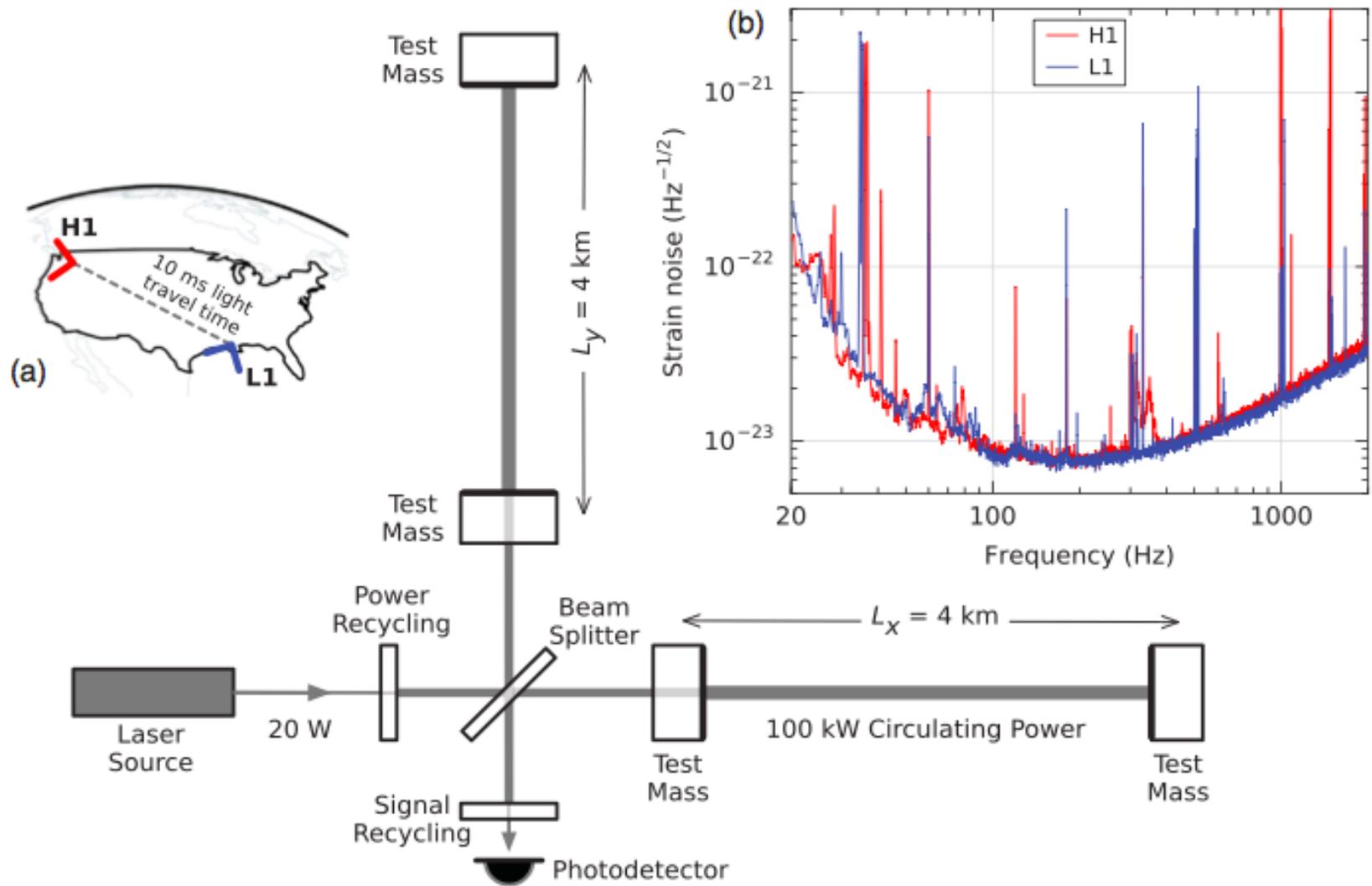
EGO - Virgo



L'Interferometro italo-francese
VIRGO (Cascina, Pisa) per la
rivelazione delle Onde
Gravitazionali



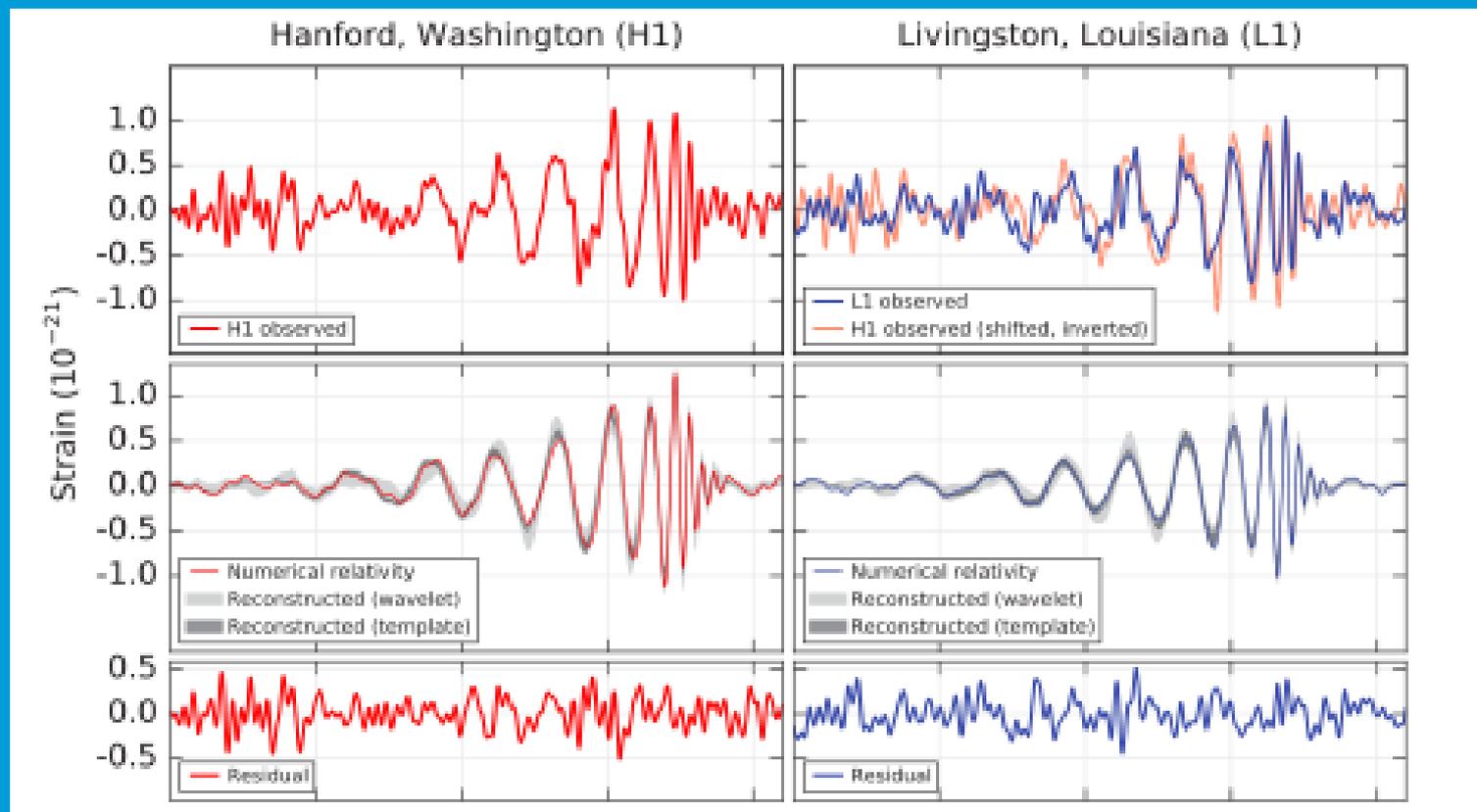
Sensitività (2016) e posizione degli osservatori Hanford e Livingston (LIGO)



14 Settembre 2015: gli osservatori di Hanford e Livingston osservano il segnale coincidente (poi battezzato) GW150914.

Tale segnale è completamente incompatibile con il fondo, perfettamente in tempo tra Hanford e Livingston (entro i 10 ms).

Tale segnale dura in tutto 0.5 s ed è in perfetto accordo con quanto previsto per il collasso reciproco di due buchi neri.



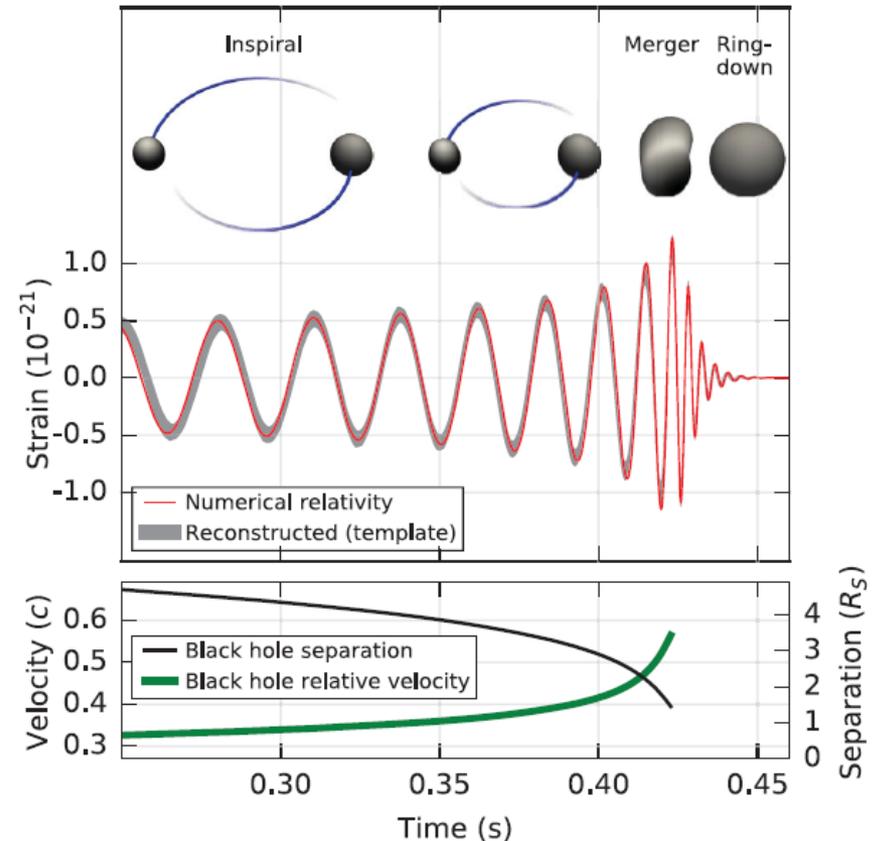
Il segnale osservato può essere generato solo dal collasso reciproco di due buchi neri di circa 36 e 29 masse solari.

Il buco nero risultato (di Kerr) ha una massa di 62 masse solari circa. Tre masse solari circa sono sparite! Trasformate in energia, vibrazione dello spaziotempo!

Physical Review Letters 116 (2016) 061102 è un articolo che entra nella storia.

TABLE I. Source parameters for GW150914. We report median values with 90% credible intervals that include statistical errors, and systematic errors from averaging the results of different waveform models. Masses are given in the source frame; to convert to the detector frame multiply by $(1+z)$ [90]. The source redshift assumes standard cosmology [91].

Primary black hole mass	$36^{+5}_{-4} M_{\odot}$
Secondary black hole mass	$29^{+4}_{-4} M_{\odot}$
Final black hole mass	$62^{+4}_{-4} M_{\odot}$
Final black hole spin	$0.67^{+0.05}_{-0.07}$
Luminosity distance	410^{+160}_{-180} Mpc
Source redshift z	$0.09^{+0.03}_{-0.04}$



Evidenza schiacciante del collasso BH-BH (solo una coppia di buchi neri può raggiungere una frequenza orbitale di 75 Hz senza contatto reciproco).

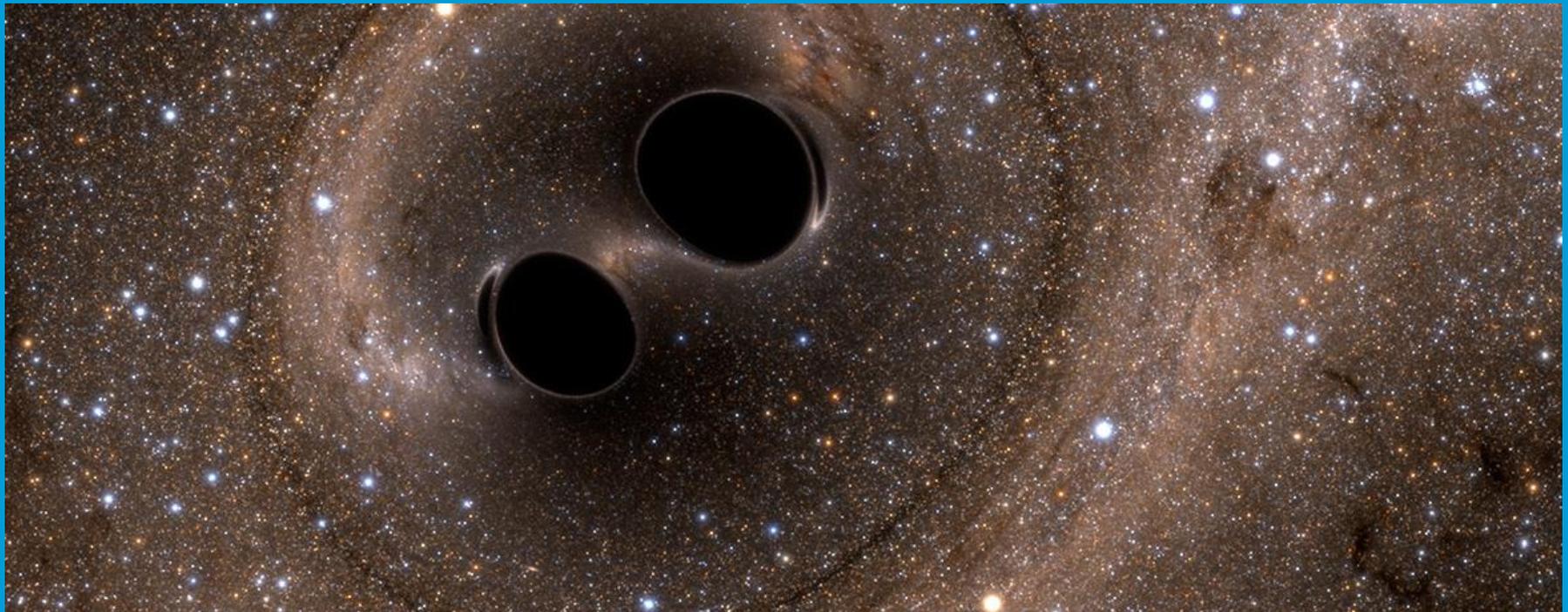
La potenza massima trasformata in onde gravitazionali è 1000 volte superiore alla potenza irradiata da una Supernova

$$P_{\max} \gg 4 \cdot 10^{56} \text{ erg/s}$$

Posizione nello spazio poco definita (600 gradi²), differenza dei tempi di arrivo

Collasso reciproco e buco nero finale entro

$$R_S \gg 200 \text{ km}$$



La strada centenaria delle Onde Gravitazionali

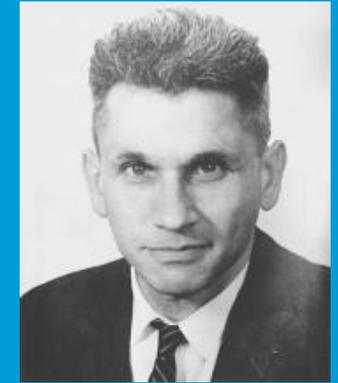
1916 Previsione di Einstein sulle Onde Gravitazionali
(all'Accademia delle Scienze di Prussia)

Segnale previsto molto debole, tanto che Einstein stesso era scettico sulla possibilità che fossero mai rivelate



1960's Idea delle barre risonanti criogeniche. Antenne di "Gravity Joe" Joseph Weber.

Edoardo Amaldi e la costruzione delle antenne risonanti europee Auriga (Pd), Nautilus (Frascati), Explorer (CERN)



1990 Costruzione degli Interferometri ad alta sensibilità LIGO (Weiss, Drever, Thorne) e Virgo (Giazotto, Brillet)

2016: 1000 scienziati da varie parti del mondo (USA, Italia, Francia, Germania...) osservano direttamente le onde gravitazionali



Quasi conclusione : verso una visione unificata delle Forze Fondamentali (Campo Unificato)

Alcune milestones

- 1821: Esperienza di Oersted. Magnetismo non è disgiunto dal campo elettrico.
 - 1845: Esperienza di Faraday (rotazione della polarizzazione ottica in campi magnetici). L'ottica non è disgiunta dall'elettromagnetismo.
 - 1861: Equazioni di Maxwell per il campo Elettromagnetico.
 - 1886: Hertz rivela le onde elettromagnetiche (campi elettrici oscillanti).
 - 1915: Einstein propone la Relatività Generale
 - 1916: Schwarzschild trova la prima soluzione delle Eq. di Einstein. Einstein prevede l'esistenza di onde gravitazionali.
 - 1934: Teoria di Fermi sulle Interazioni Nucleari Deboli.
 - 1956: Elettrodinamica Quantistica (Feynman, Tomonaga, Schwinger)
 - 1973: Unificazione Elettrodebole (Glashow, Salam, Weinberg)
 - 1973: Evidenza indiretta di onde gravitazionali (Hulse, Taylor)
 - 1975: Teoria delle Interazioni Forti (QCD asymptotic freedom, Wilczek, Gross, Politzer)
 - 1984: Scoperta dei Bosoni Vettori Intermedi W,Z.
 - 2012: Scoperta del Bosone di Higgs.
 - 2016: Scoperta delle Onde Gravitazionali
- 
- Unificazione (GUT) delle Interazioni Forti con la Teoria Elettrodebole ? (ipotesi)
 - Struttura quantistica della Gravità ? (ipotesi)
 - Unificazione della Gravità Quantistica con la forza GUT ? (ipotesi)



Grazie per l'attenzione

VIII. CONCLUSION

The LIGO detectors have observed gravitational waves from the merger of two stellar-mass black holes. The detected waveform matches the predictions of general relativity for the inspiral and merger of a pair of black holes and the ringdown of the resulting single black hole. These observations demonstrate the existence of binary stellar-mass black hole systems. This is the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger.

- I rivelatori di LIGO hanno osservato onde gravitazionali dalla coalescenza di due buchi neri di masse stellari.
- La forma d'onda rivelata è in accordo con le predizioni della relatività generale per la coalescenza di una coppia di buchi neri e l'assestamento del buco nero risultante.
- Queste osservazioni dimostrano l'esistenza di sistemi binari di buchi neri con masse stellari.
- Questa è la prima rivelazione diretta di onde gravitazionali e la prima osservazione di un sistema binario di buchi neri coalescenti.



Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

B. P. Abbott *et al.**

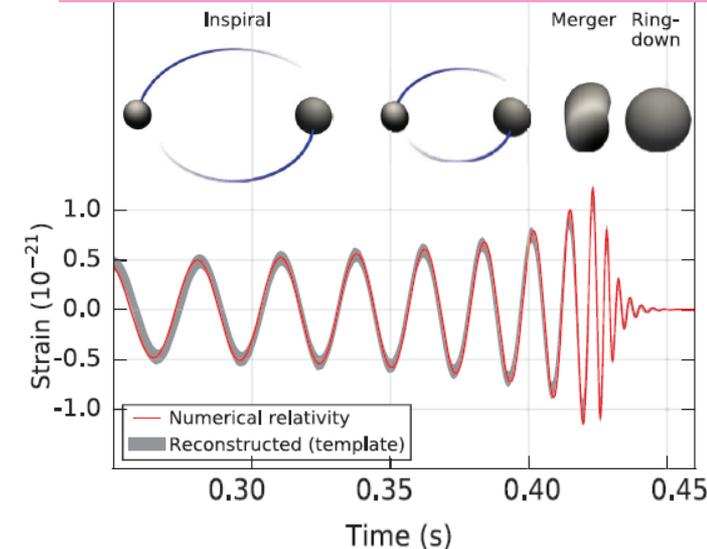
(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

- I rivelatori di LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) hanno osservato onde gravitazionali dalla coalescenza di due buchi neri di masse stellari.
- La forma d'onda rivelata è in accordo con le predizioni della relatività generale per la coalescenza di una coppia di buchi neri e l'assestamento del buco nero risultante.
- Questa osservazione dimostra l'esistenza di sistemi binari di buchi neri di masse stellari.
- Questa è la prima rivelazione diretta di onde gravitazionali e la prima osservazione di un sistema binario di buchi neri coalescenti.



11 Febbraio Press Conference



Backup Slides

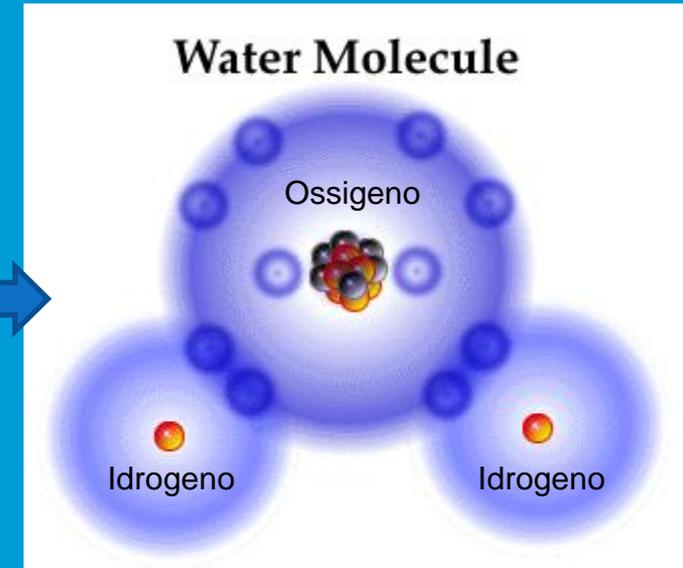
1. I Costituenti della Materia

Materia: composta da costituenti fondamentali:
Molecole, Atomi, Nuclei

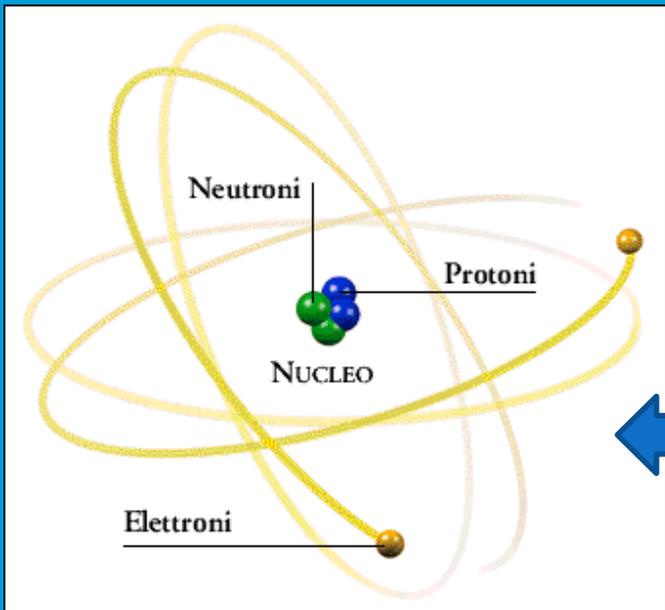
Molecole: costituenti della materia

Ipotizzate per comprendere la Chimica

Leggi di Dalton e di Avogadro (1803-1811)



$10^{-10} m$

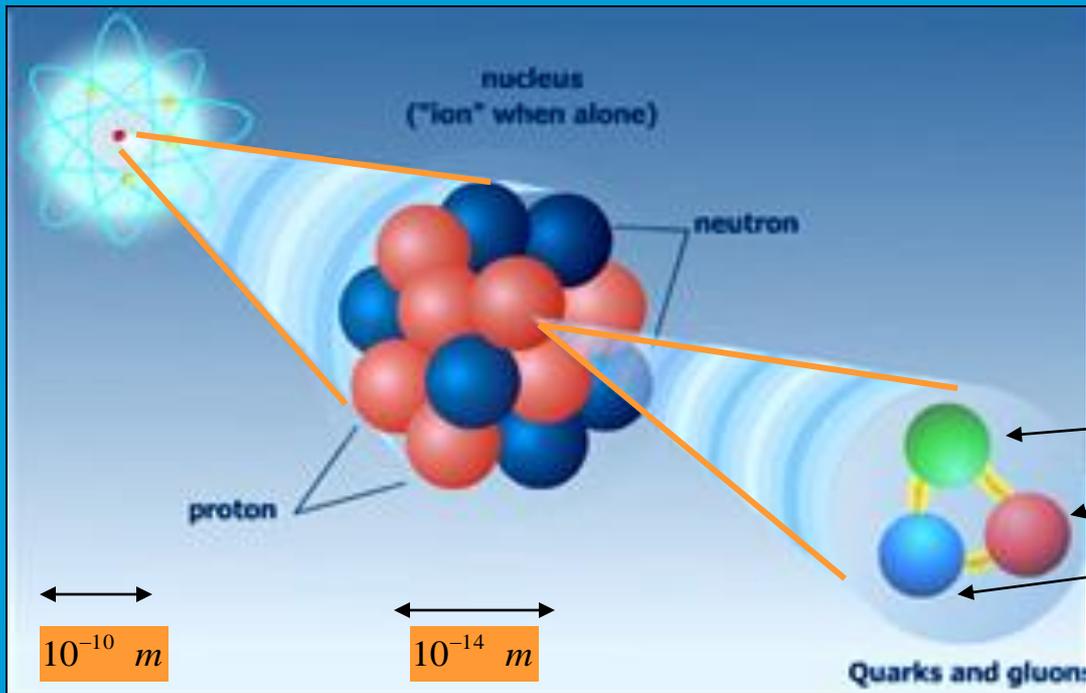


A loro volta le Molecole sono composte da
Atomi

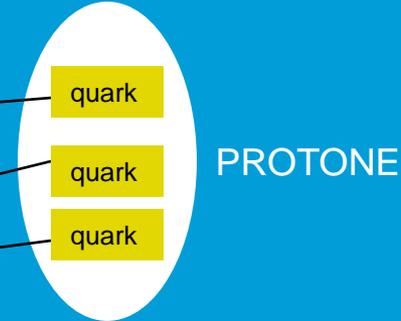
Atomo = Nucleo, Elettroni

Nucleo = Protoni, Neutroni

A loro volta i protoni e i neutroni sono composti da:



I quark (costituenti un protone o un neutrone) sono particelle elementari



Le particelle "elementari" sono quelle che costituiscono tutte le altre e che non hanno una loro struttura interna.
Sono i mattoni costruttivi dell'Universo



Come si studiano le particelle elementari e le teorie quantistiche? Ad esempio in esperimenti con acceleratori di particelle.



Ricetta:

- prendere particelle cariche
- accelerarle con sistemi elettrici e magnetici (acceleratori)
- farle urtare tra loro

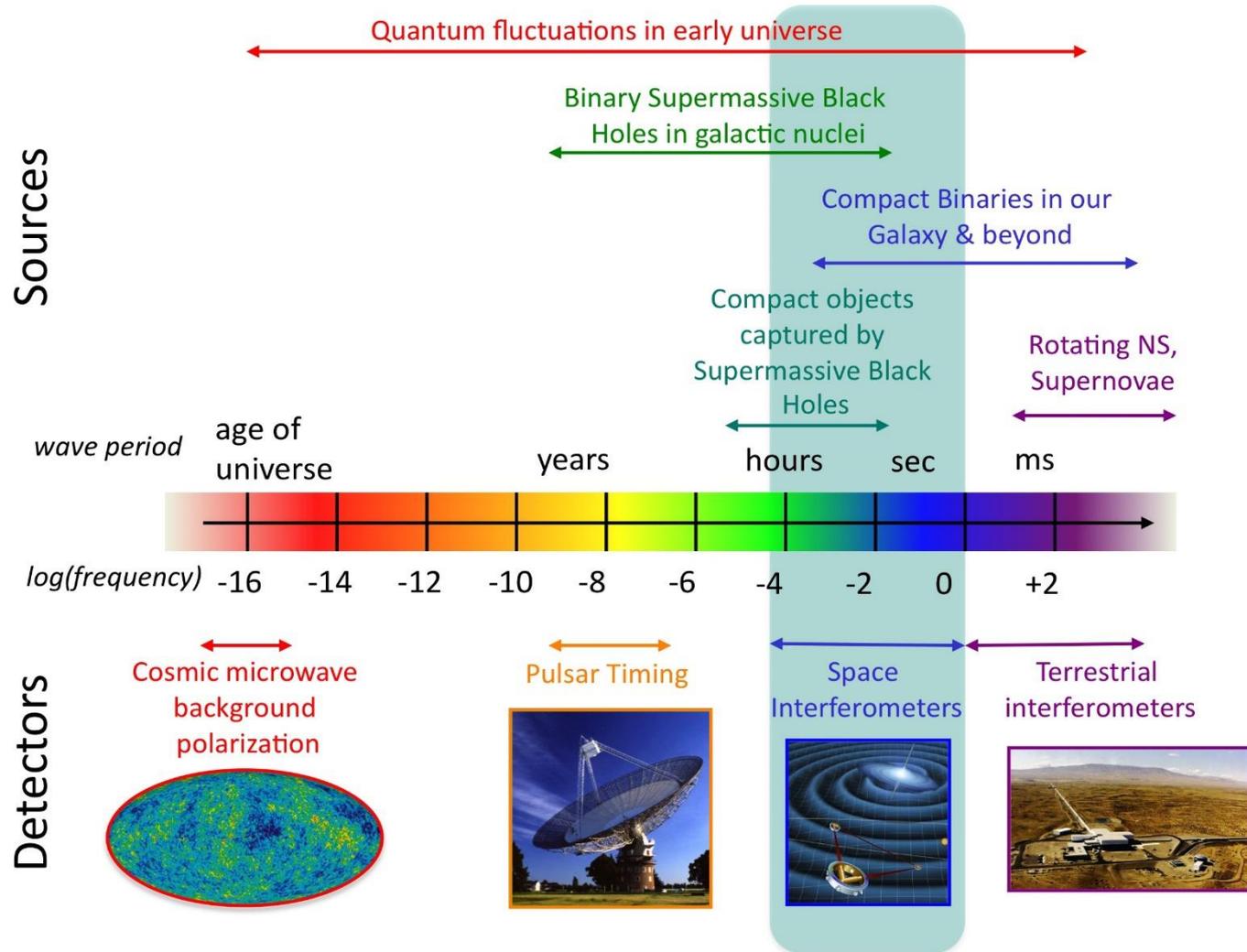
Tunnel di LHC, CERN (Ginevra)

Nei grandi laboratori sistemi complessi di acceleratori portano particelle a energie elevatissime

Negli urti tra queste particelle, altre particelle vengono prodotte. Massa si trasforma in energia e viceversa



The Gravitational Wave Spectrum

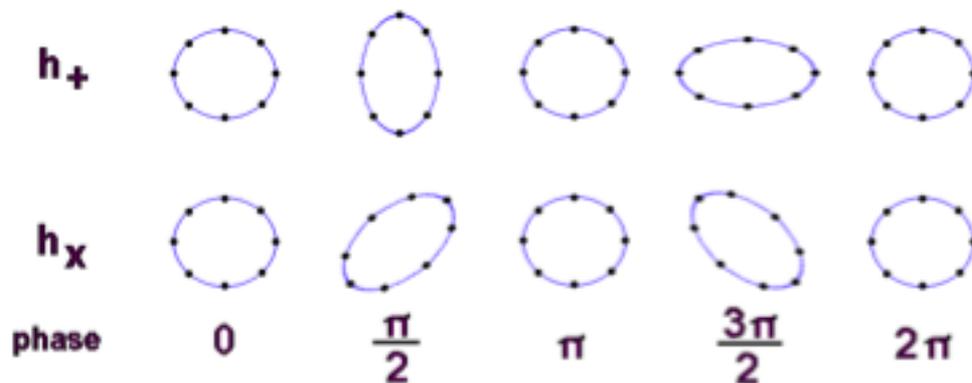


Gravitational Waves and G.R. (1916)

- Gravity is a manifestation of curvature of space-time produced by matter-energy
- Any rapidly moving mass generates fluctuations in spacetime curvature which propagate at the speed of light. **Gravitational waves**
- The physical quantity transported by gravitational waves is curvature

GW properties

- Speed of light,
- Transverse, traceless,
- GWs stress and compress spacetime in two directions,
- Two polarizations states “+” and “x”.



$$\frac{\Delta L}{L} \sim h$$

Sources of gravitational waves

A mass distribution with $\ddot{Q}_{\mu\nu} \neq 0$ ($Q_{\mu\nu}$ mass-quadrupole) produces GWs

$$P = \frac{G}{5c^5} \overset{\text{Very low}}{\ddot{Q}_{\mu\nu} \ddot{Q}^{\mu\nu}} \quad \text{Even in the most optimistic case } h \leq 10^{-20}$$

- ❑ Burst (i.e. core collapse supernovae)

$$h \sim 6 \times 10^{-21} \left(\frac{E}{10^{-7} M_{\odot} c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1 \text{ ms}}{T} \right) \left(\frac{1 \text{ kHz}}{f} \right) \left(\frac{10 \text{ kpc}}{r} \right)$$

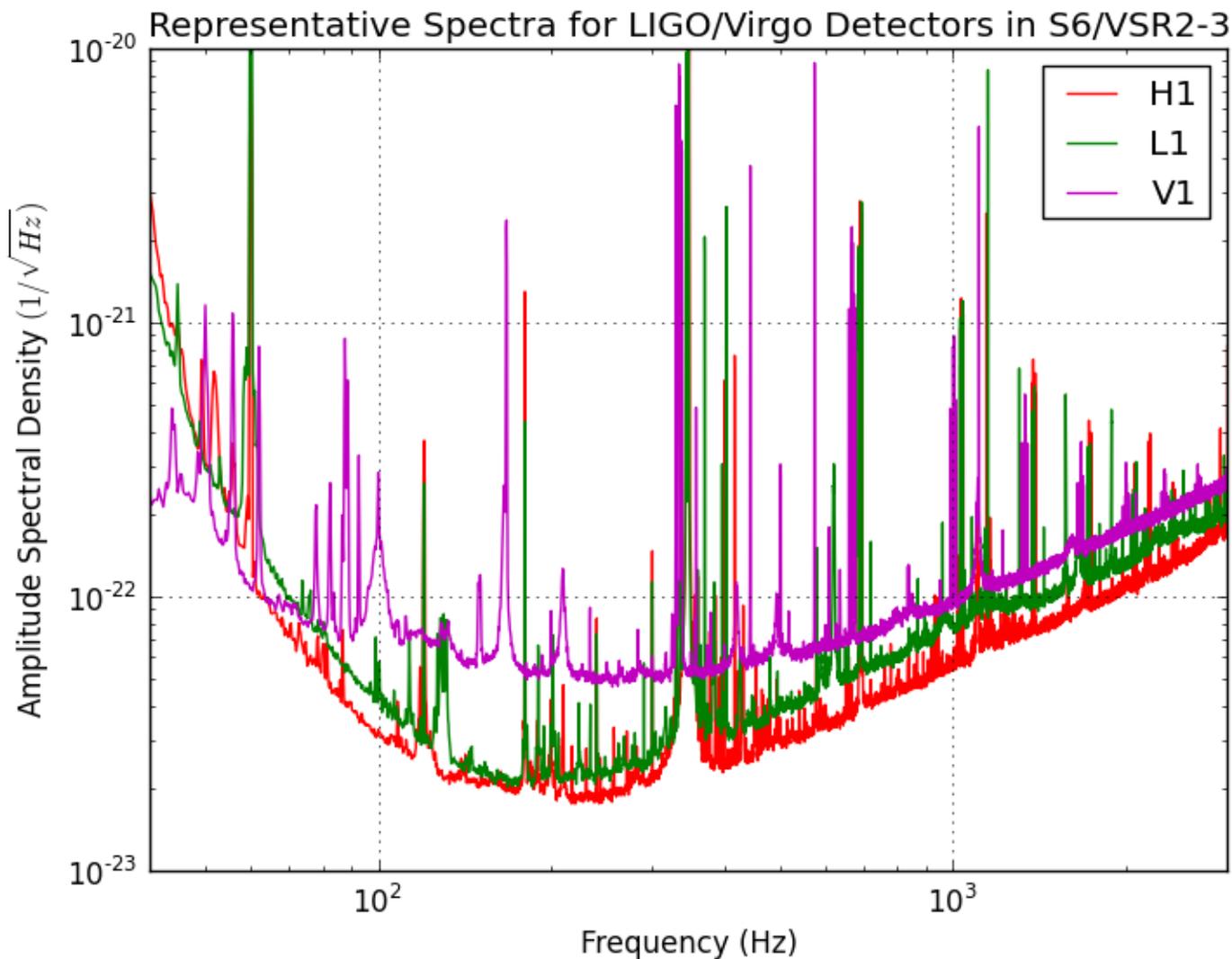
- ❑ Continuous waves (i.e. non axisymmetric spinning neutron star)

$$h_0 = \frac{4\pi^2 G I_{zz} f_{GW}^2}{c^4 r} \epsilon = (1.1 \times 10^{-24}) \left(\frac{I_{zz}}{I_0} \right) \left(\frac{f_{GW}}{1 \text{ kHz}} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ kpc}}{r} \right) \left(\frac{\epsilon}{10^{-6}} \right) \quad \epsilon \equiv \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}}$$

- ❑ Stochastic both from cosmological or astrophysical origin

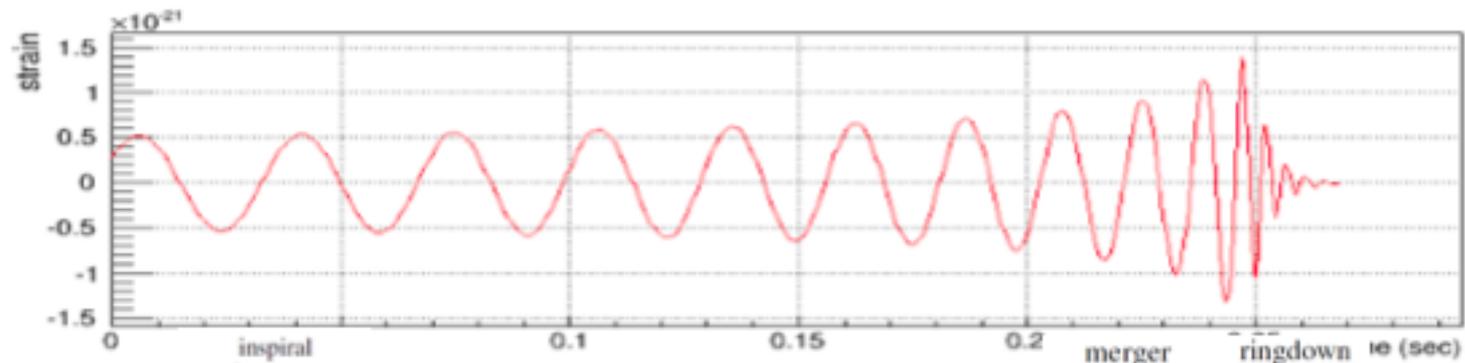
$$[S_{GW}(f)]^{\frac{1}{2}} = (5.6 \times 10^{-22}) h_{100} (\Omega(f))^{\frac{1}{2}} (100 \text{ Hz})^{\frac{3}{2}} \text{ Hz}^{-\frac{1}{2}}$$

Sensitività degli osservatori Hanford (LIGO), Livingston (LIGO), Cascina (Virgo)
nel 2012 circa



Sources of gravitational waves

- Compact binary (BNS, BBH) coalescence. Best candidate for ground based detectors



The GW signal produced in the last few inspiraling cycles are expected to fall in the interferometer bandwidth

GW emission well approximated by the quadrupole formula. Analytical solution available. GW Candle.



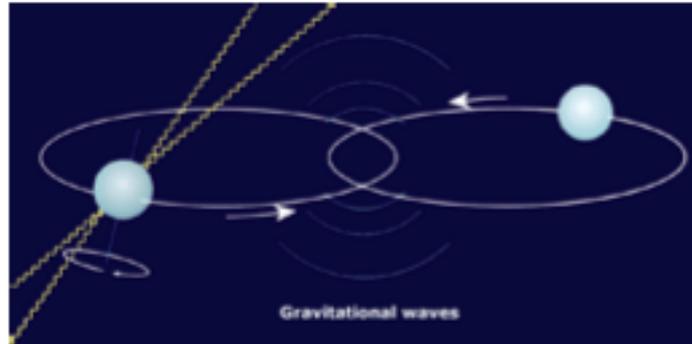
Only numerical solution available

Perturbative or numerical

Test of general relativity in strong non-linear regime

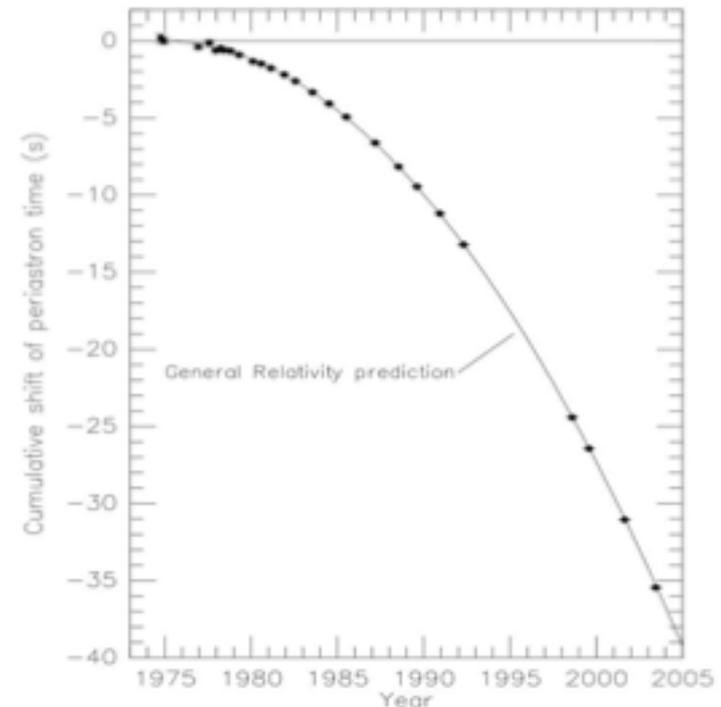
GW existence: Hulse and Taylor binary

NS-NS binary system: PSR B1913+16



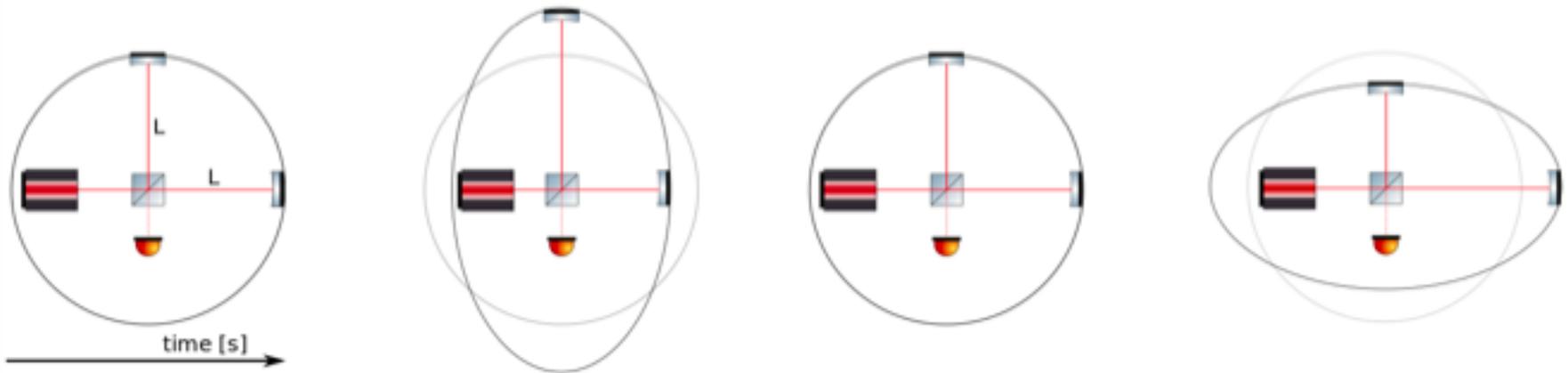
<i>Symbol</i>	<i>Name</i>	<i>Value</i>
m_1	primary mass	$1.441M_{\odot}$
m_2	secondary mass	$1.387M_{\odot}$
P_{orb}	orbital period	7.751939106 hr
a	semi-major axis	1.9501×10^9 m
e	eccentricity	0.617131
D	distance	21,000 lyr

Energy loss via GW emission



Interferometers

Interferometer response to h_+



$$\Delta\phi = 4\pi \frac{Lh_+}{\lambda_{Laser}} \frac{\sin\left(\frac{\Omega_{GW}L}{c}\right)}{\frac{\Omega_{GW}L}{c}}$$

- Broad band
- Sensitivity increases with L
- Cutoff frequency:

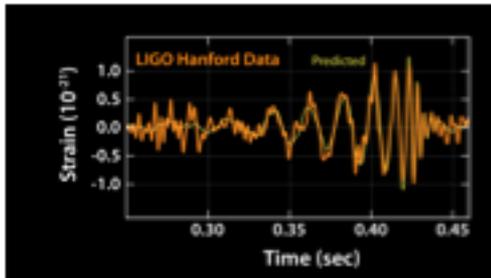
$$\frac{\Omega_{GW}L}{c} \sim \frac{\pi}{2} \Rightarrow L < \frac{\lambda_{GW}}{4}$$

Anisotropic response and polarization sensitivity

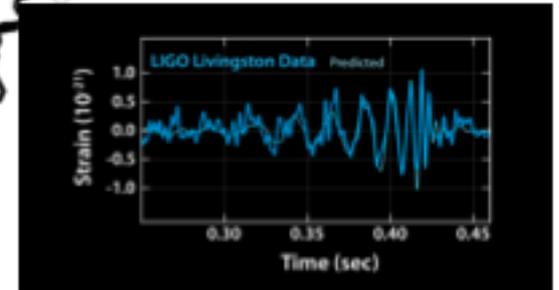
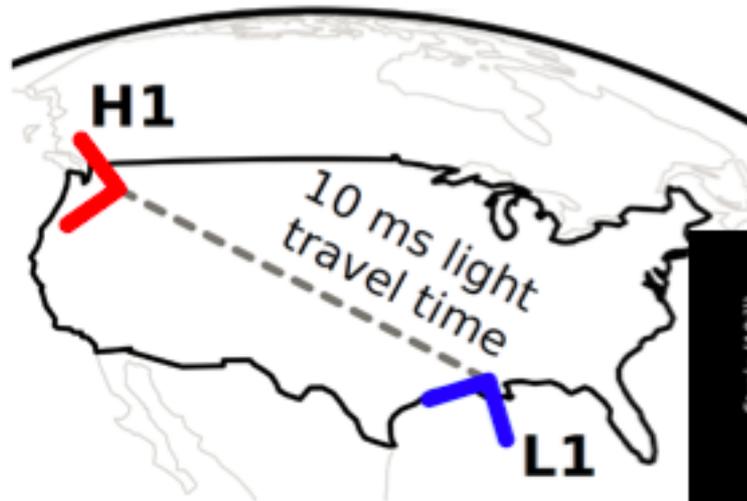
$$h = F_{(+)}h_+ + F_{(\times)}h_\times \quad \left\{ \begin{array}{l} h \quad \text{strain measured} \\ F_{(+,\times)} \quad \text{(sky position, polarization)} \end{array} \right.$$

GW150914 the chronology

- ❑ First Observation run **O1**: Sept 2015 - Jan 2016
- ❑ September 14, 2015 UTC: 09:50:45



Delay time 7 ms



- ❑ 3 minutes later :

GW150914 confidence level

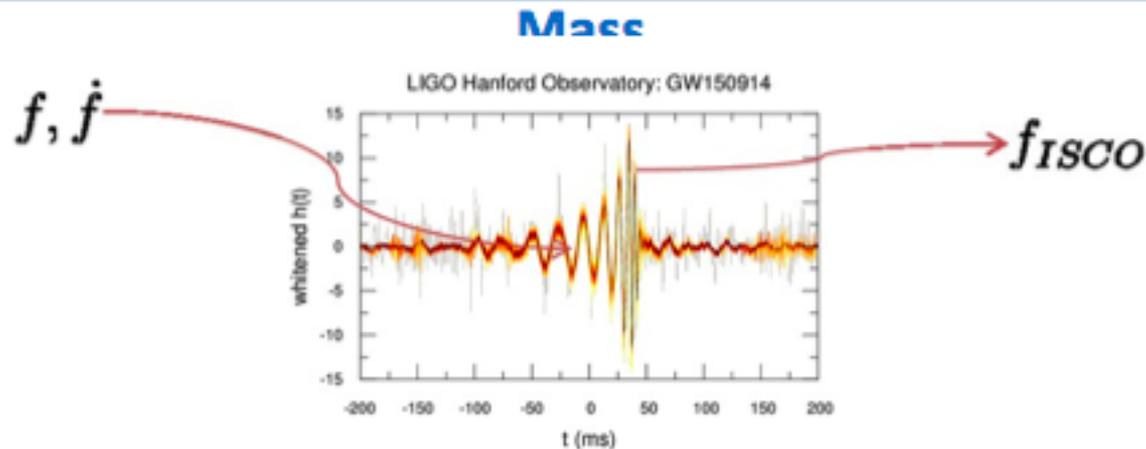
- The possibility that the transient GW150914 is due to environmental or instrumental excess noise is ruled out (+)
- Two independent data analysis pipelines used to estimate the confidential level

Estimated False Alarm rates:

- Modeled binaries search $<1 / 203000$ years
- Generic signal search $<1 / 22500$ years

**5.1 σ evidence of the astrophysical origin
of the signal**

GW150914 The binary parameters



Rough estimation: Leading order in the PN parameters and circular orbits

- Observed GW frequency f and time derivative \dot{f} gives the «chirp mass» M_c

$$M_c = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}} = \frac{c^3}{G} \left[\frac{5}{96} \pi^{-3/8} f^{-11/3} \dot{f} \right]^{3/4} \approx 30 M_\odot$$

- Frequency of the Schwarzschild innermost stable circular orbit (ISCO) gives the total mass

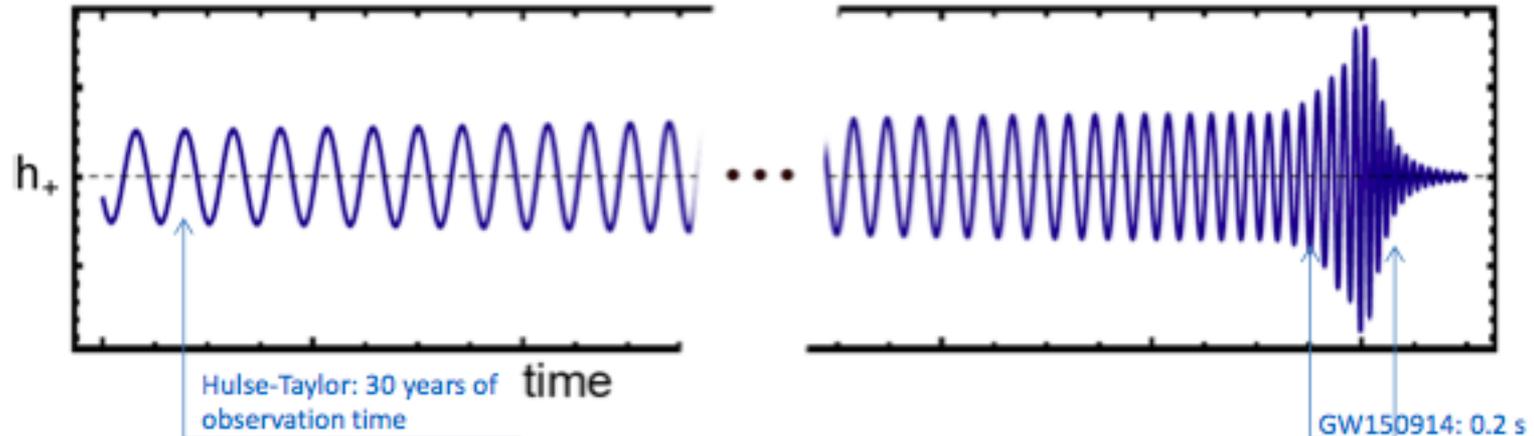
$$f_{ISCO} \approx 4400 \frac{M_\odot}{M} [\text{Hz}]$$

$$f_{ISCO} \approx 150 \text{ Hz} \Rightarrow M_{Tot} = m_1 + m_2 \approx 70 M_\odot$$

$$m_1 \approx m_2 \approx 30 M_\odot$$

PSR1916+13 versus GW150914

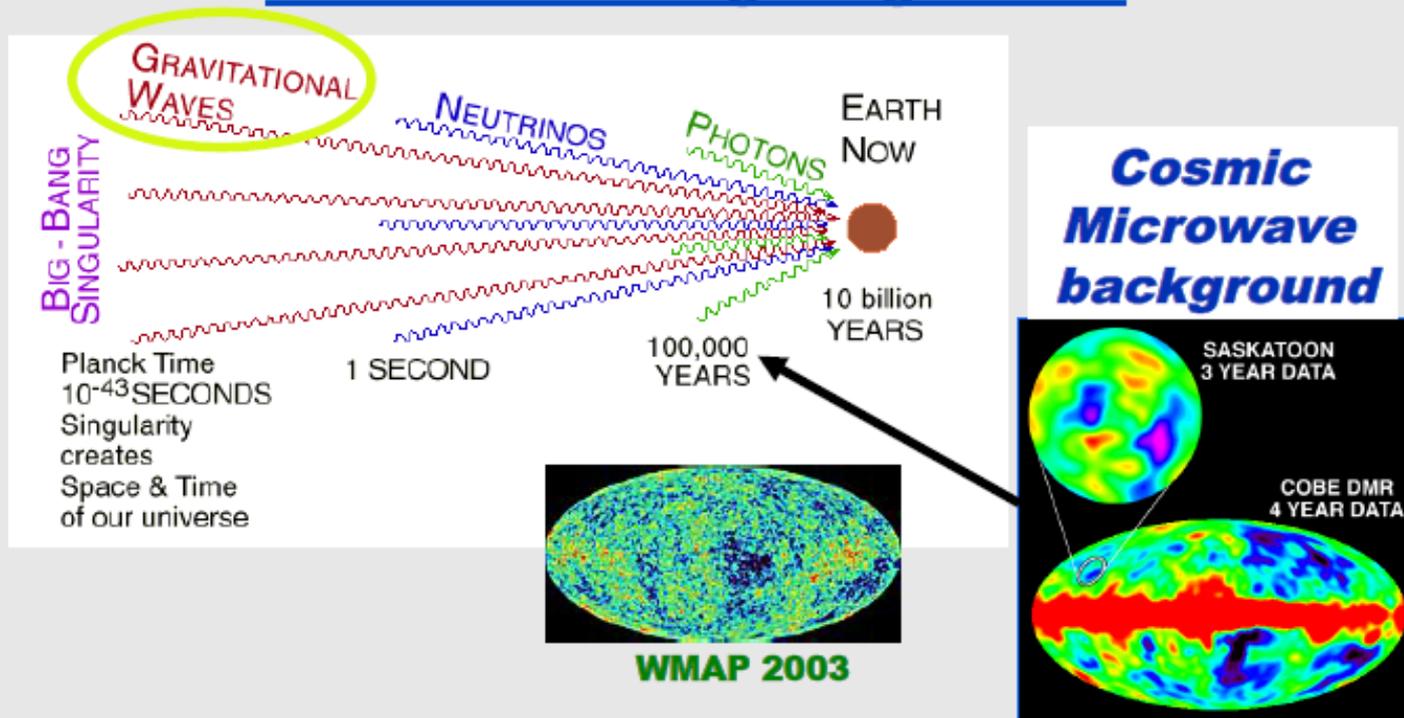
Waveform



PSR1916+13	Binary system	GW150914
NS-NS	Compact object	BH-BH
$M_1 = 1.44 M_\odot, M_2 = 1.3 M_\odot$	Mass	$M_1 = 36 M_\odot, M_2 = 29 M_\odot$
4×10^{-23}	GW amplitude	2×10^{-21}
7×10^{-5} Hz	GW frequency	30 ÷ 300 Hz
7.4×10^9 years	Time to merging	0.3 ÷ 0 s
6×10^{30} erg s ⁻¹	Peak luminosity	3×10^{56} erg s ⁻¹
6.4 pc	Distance	410 Mpc
10^6 km	Radius orbit	~ 200 km

Universo Primordiale: *“rumore correlato tra i vari rivelatori”*

‘Mormorio’ dal Big Bang iniziale



27

Einstein Tensor

Energy-Momentum Tensor T

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$$

$$G^{\alpha\beta} = \overset{\text{Ricci Tensor}}{R^{\alpha\beta}} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \overset{\text{Ricci Scalar R}}{R}$$

Ricci Tensor Riemann Tensor

$$R_{\alpha\beta} = R^{\mu}_{\alpha\mu\beta}$$

$$R_{\alpha\beta\mu\nu,\lambda} = \frac{1}{2} \left(g_{\alpha\nu,\beta\mu\lambda} - g_{\alpha\mu,\beta\nu\lambda} + g_{\beta\mu,\alpha\nu\lambda} - g_{\beta\nu,\alpha\mu\lambda} \right)$$

Spacetime curvature

$$f(g_{\mu\nu}) = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Momentum/Energy

Gravitational potential

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho$$

Mass Density

(Classical Physics)

